Демонстрационный вариант
работы по математике для учащихся 11 классов (углублённый уровень)

Тема «Логарифмическая, показательная, степенная, тригонометрическая функции. Решение уравнений, неравенств»

1.Назначение работы - проверить соответствие знаний, умений и основных видов учебной деятельности обучающихся требованиям к планируемым результатам обучения по теме **«Логарифмическая, показательная, степенная, тригонометрическая функции. Решение уравнений, неравенств».** Результаты работы могут быть использованы для организации занятий по коррекции предметных и метапредметных результатов, которых достигли обучающиеся по данной теме.

2. Характеристика структуры работы по уровню сложности и количеству заданий:

– часть 1 содержит 8 заданий (задания 1–8) с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби;

– часть 2 содержит 4 задания (задания 9–12) с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби и 7 заданий (задания 13–19) с развернутым ответом (полная запись решения с обоснованием выполненных действий).

Задания части 1 направлены на проверку освоения базовых умений и практических навыков применения математических знаний в повседневных ситуациях.

Посредством заданий части 2 осуществляется проверка освоения математики на профильном уровне, необходимом для применения математики в профессиональной деятельности и на творческом уровне. По уровню сложности задания распределяются следующим образом:

задания 1–8 имеют базовый уровень; задания 9–17 – повышенный уровень;

задания 18 и 19 относятся к высокому уровню сложности.

Задания части 1 предназначены для определения математических компетентностей выпускников образовательных организаций, реализующих программы среднего (полного) общего образования на базовом уровне. Задание с кратким ответом (1–12) считается выполненным, если в бланке ответов № 1 зафиксирован верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Задания 13–19 с развернутым ответом, в числе которых 5 заданий повышенного уровня и 2 задания высокого уровня сложности, предназначены

для более точной дифференциации абитуриентов вузов. При выполнении заданий с развернутым ответом части 2 экзаменационной работы в бланке ответов № 2 должны быть записаны полное обоснованное решение и ответ для каждой задачи.

3.Распределение заданий диагностической работы по содержанию и по уровню сложности

	Проверяемые требования	**Уровень сложности задания**	**Максимальный балл за выполнение задания**
1	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности повседневной жизни	**Б**	**1**
2	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности повседневной жизни	**Б**	**1**

3	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	**Б**	**1**
4	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	**Б**	**1**
5	Уметь решать уравнения и неравенства	**Б**	**1**
6	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	**Б**	**1**
7	Уметь выполнять действия с функциями	**Б**	**1**
8	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	**Б**	**1**
9	Уметь выполнять вычисления и преобразования	**Б**	**1**
10	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	**Б**	**1**
11	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	**Б**	**1**
12	Уметь выполнять действия с функциями	**Б**	**1**
13	Уметь решать уравнения и неравенства	**П**	**2**
14	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	**П**	**2**
15	Уметь решать уравнения и неравенства	**П**	**2**
16	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	**П**	**3**
17	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	**П**	**3**
18	Уметь решать уравнения и неравенства	**В**	**4**
19	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	**В**	**4**

4. Время выполнения работы

На выполнение работы отводится 235 минут.

5.Система оценивания отдельных заданий и работы в целом.

Задание считается выполненным верно, если экзаменуемый дал правильный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Решения заданий с развернутым ответом оцениваются от 0 до 4 баллов. Полное правильное решение каждого из заданий 13–15 оценивается 2 баллами; каждого из заданий 16 и 17 – 3 баллами; каждого из заданий 18 и 19 – 4 баллами.

Проверка выполнения заданий 13–19 проводится на основе разработанной системы критериев оценивания.
На основе баллов, выставленных за выполнение всех заданий, подсчитывается первичный балл, который переводится в отметку по пятибалльной шкале, и определяется уровень достижения планируемых результатов:

Первичный балл	15-32	11-14	8-10	0-7
Уровень	высокий	повышенный	базовый	низкий
Отметка	5	4	3	2

6. Проверяемые результаты обучения

Задания части 1 проверяют следующий учебный материал.
1. Математика, 5–6 классы.
2. Алгебра, 7–9 классы.
3. Алгебра и начала анализа, 10–11 классы.
4. Теория вероятностей и статистика, 7–9 классы.
5. Геометрия, 7–11 классы.

Задания части 2 проверяют следующий учебный материал.
1. Алгебра, 7–9 классы.
2. Алгебра и начала анализа, 10–11 классы.
3. Геометрия, 7–11 классы.

В таблице 2 приведено распределение

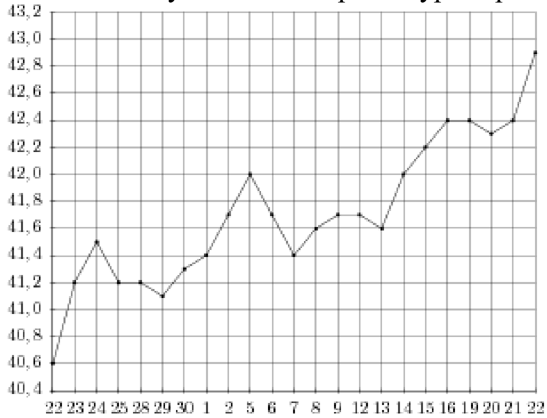
№ задания	Предметные	Метапредметные
1	Алгебра	1)Установление причинно-следственных связей. 2) Применение полученных знаний на практике.
2	Свойства функций	1)Установление причинно-следственных связей. 2) Применение полученных знаний на практике.
3	Решение уравнений и неравенств	1)Установление причинно-следственных связей. 2) Применение полученных знаний на практике.
4	Начала математического анализа	1)Установление причинно-следственных связей. 2) Применение полученных знаний на практике.
5	Элементы комбинаторики, статистики и теории	1)Установление причинно-следственных связей.

	вероятностей	2) Применение полученных знаний на практике.
6	Геометрия	1)Установление причинно-следственных связей. 2) Применение полученных знаний на практике.

Вариант № 1

1. В университетскую библиотеку привезли новые учебники для трёх курсов, по 360 штук для каждого курса. В книжном шкафу 9 полок, на каждой полке помещается 25 учебников. Какое наименьшее количество шкафов потребуется, чтобы в них разместить все новые учебники?

2. На рисунке жирными точками показан курс евро, установленный Центробанком РФ, во все рабочие дни с 22 сентября по 22 октября 2010 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — цена евро в рублях. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней за указанный период курс евро был ровно 41,4 рубля.



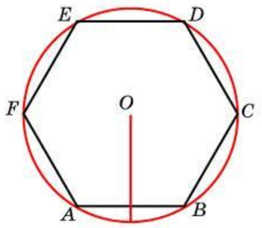
3. На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник ABC. Найдите длину его биссектрисы, проведённой из вершины B.

4. При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна 0,4, а при каждом последующем — 0,6. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,98?

В ответе укажите наименьшее необходимое количество выстрелов.

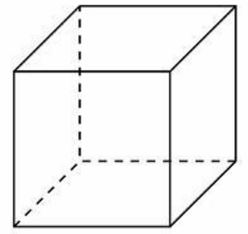
5. Решите уравнение $\operatorname{tg}\frac{\pi(4x-5)}{4}=-1$. В ответе напишите наибольший отрицательный корень.

6. Чему равна сторона правильного шестиугольника, вписанного в окружность, радиус которой равен 39?



7. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 8t^2 - 9t + 28,$ где x — расстояние от точки отсчёта (в метрах), t — время движения (в секундах). Найдите её скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t = 2$ с.

8. Найдите боковое ребро правильной четырехугольной призмы, если сторона ее основания равна 20, а площадь поверхности равна 1760.



9. Найдите значение выражения $\log_a(ab^2)$, если $\log_b a = \frac{2}{11}$.

10. Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием $f = 80$ см. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 330 до 350 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана — в пределах от 80 до 105 см. Изображение на экране будет четким, если выполнено соотношение $\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}$. Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы можно поместить лампочку, чтобы ее изображение на экране было четким. Ответ выразите в сантиметрах.

11. Из пункта A в пункт B, расстояние между которыми 50 км, одновременно выехали автомобилист и велосипедист. Известно, что в час автомобилист проезжает на 40 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт В на 4 часа позже автомобилиста. Ответ дайте в км/ч.

12. Найдите наименьшее значение функции $y = 15x - \sin x + 8$ на отрезке $\left[0;\ \frac{\pi}{2}\right]$.

13. а) Решите уравнение $\sin x + \sin^2 \frac{x}{2} = \cos^2 \frac{x}{2}$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right]$.

14. В кубе $ABCDA_1B_1C_1D_1$ найдите косинус угла между плоскостями AB_1D_1 и ACD_1.

15. Решите неравенство: $2^x + 80 \cdot 2^{4-x} \leq 261.$

16. Точка O — центр окружности, описанной около остроугольного треугольника ABC, I — центр вписанной в него окружности, H — точка пересечения высот. Известно, что $\angle BAC = \angle OBC + \angle OCB$.

а) Докажите, что точка I лежит на окружности, описанной около треугольника BOC.

б) Найдите угол OIH, если $\angle ABC = 55^\circ$.

17. 15-го января планируется взять кредит в банке на 39 месяцев. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг возрастёт на r% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца. Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 20% больше суммы, взятой в кредит. Найдите r.

18. При каких a уравнение $|x^2-2x-3|-2a=|x-a|-1$ имеет ровно три корня?

19. Дано трёхзначное натуральное число (число не может начинаться с нуля).

а) Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 12?

б) Может ли частное этого числа и суммы его цифр быть равным 87?

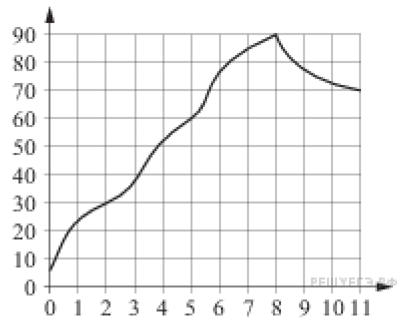
в) Какое наименьшее натуральное значение может иметь частное данного числа и суммы его цифр?

Вариант №2

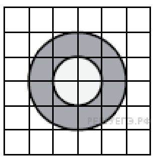
1. На одну порцию рисовой каши требуется 40 грамм риса и 0,12 литра молока. Какое наибольшее количество порций каши может приготовить столовая, если в ее распоряжении есть 900 грамм риса и 3 литра молока?

2. На графике показан процесс разогрева двигателя легкового автомобиля. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее от запуска двигателя, на оси ординат — температура двигателя в градусах Цельсия.

Определите по графику, на сколько градусов нагреется двигатель со второй по восьмую минуту разогрева.



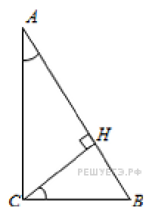
3. На клетчатой бумаге нарисованы два круга. Площадь внутреннего круга равна 34. Найдите площадь закрашенной фигуры.



4. Конкурс исполнителей проводится в 4 дня. Всего заявлено 60 выступлений — по одному от каждой страны, участвующей в конкурсе. Исполнитель из России участвует в конкурсе. В первый день 24 выступления, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?

5. Найдите корень уравнения $\sqrt{13+2x}=5.$

6. В треугольнике ABC угол C равен 90°, CH – высота, $BH=12$, $\sin A=\frac{2}{3}$. Найдите AB.



7. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t)=t^2-13t+23$ (где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения). В какой момент времени (в секундах) ее скорость была равна 3 м/с?

8. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки A, B, A_1, D_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, у которого $AB=3$, $AD=3$, $AA_1=6$.

9. Найдите значение выражения $\dfrac{g(x+2)}{g(x)}$, если $g(x)=15^x$.

10. Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте h м над землей, выраженное в километрах, до наблюдаемой им линии горизонта вычисляется по формуле $l=\sqrt{\dfrac{Rh}{500}}$, где $R=6400$ км — радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 4 км. На сколько метров нужно подняться человеку, чтобы расстояние до горизонта увеличилось до 48 километров?

11. Один мастер может выполнить заказ за 6 часов, а другой — за 3 часа. За сколько часов выполнят заказ оба мастера, работая вместе?

12. Найдите наименьшее значение функции $y=7^{x^2+2x+3}$.

13. а) Решите уравнение $\dfrac{5\cos x+4}{4\operatorname{tg}x-3}=0.$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-4\pi,-\dfrac{5\pi}{2}\right]$.

14. В правильной треугольной пирамиде *SABC* с основанием *ABC* угол *ASB* равен 36°. На ребре *SC* взята точка *M* так, что *AM* — биссектриса угла *SAC*. Площадь сечения пирамиды, проходящего через точки *A, M* и *B*, равна $5\sqrt{3}$. Найдите сторону основания.

15. Решите неравенство: $3|x+1|+\dfrac{1}{2}|x-2|-\dfrac{3}{2}x\le 8.$

16. На прямой, содержащей медиану *AD* прямоугольного треугольника *ABC* с прямым углом *C*, взята точка *E*, удаленная от вершины *A* на расстояние, равное 4. Найдите площадь треугольника *BCE*, если *BC* = 6, *AC* = 4.

17. Планируется выдать льготный кредит на целое число миллионов рублей на пять лет. В середине каждого года действия кредита долг заёмщика возрастает на 20 % по сравнению с началом года. В конце 1-го, 2-го и 3-го годов заёмщик выплачивает только проценты по кредиту, оставляя долг неизменно равным первоначальному. В конце 4-го и 5-го годов заёмщик выплачивает одинаковые суммы, погашая весь долг полностью. Найдите наименьший размер кредита, при котором общая сумма выплат заёмщика превысит 10 млн.

18. Найдите все значения *a*, при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases}\dfrac{xy^2-2xy-4y+8}{\sqrt{x+4}}=0,\\ y=ax\end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

19. Найдите все простые числа *p*, для каждого из которых существует такое целое число *k*, что число *p* является общим делителем чисел k^4+4k^2+4 и k^3+3k.

	1	2
1	5	22
2	2	60

3	4	102
4	5	0,2
5	-1	6
6	39	27
7	19	8
8	12	9
9	12	225
10	336	178,75
11	10	2
12	8	49

	13	14	15	16	17	18	19
1	а) $\frac{\pi}{4}+\pi k$ б) $-\frac{7\pi}{4}$; $-\frac{3\pi}{4}$	$\frac{1}{3}$	$[\log_2 5\,;8]$	175°	1	0; $\frac{25}{12}$	а) да, б) нет, в) 11
2	а) $\pi - arccos\frac{4}{5} + 2\pi n; n \in Z$ б) -3$\pi - arccos\frac{4}{5}$	$\sqrt{20}$	$[-2; 3]$	2,4; 21,6	6 млн.руб.	0<a<$\frac{1}{4}$; a=1	2

Демонстрационный вариант
работы по математике для учащихся 11 класса

Тема «Логарифмическая, показательная, степенная, тригонометрическая функции. Решение уравнений, неравенств»

1.Назначение работы **-** проверить соответствие знаний, умений и основных видов учебной деятельности обучающихся требованиям к планируемым результатам обучения по теме **«Логарифмическая, показательная, степенная, тригонометрическая функции. Решение уравнений, неравенств».** Результаты работы могут быть использованы для организации занятий по коррекции предметных и метапредметных результатов, которых достигли обучающиеся по данной теме.

2. Характеристика структуры работы по уровню сложности и количеству заданий:

– часть 1 содержит 8 заданий (задания 1–8) с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби;

– часть 2 содержит 4 задания (задания 9–12) с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби и 7 заданий (задания 13–19) с развернутым ответом (полная запись решения с обоснованием выполненных действий).

Задания части 1 направлены на проверку освоения базовых умений и практических навыков применения математических знаний в повседневных ситуациях.

Посредством заданий части 2 осуществляется проверка освоения математики на профильном уровне, необходимом для применения математики в профессиональной деятельности и на творческом уровне. По уровню сложности задания распределяются следующим образом:

задания 1–8 имеют базовый уровень; задания 9–17 – повышенный уровень;

задания 18 и 19 относятся к высокому уровню сложности.

Задания части 1 предназначены для определения математических компетентностей выпускников образовательных организаций, реализующих программы среднего (полного) общего образования на базовом уровне. Задание с кратким ответом (1–12) считается выполненным, если в бланке ответов № 1 зафиксирован верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Задания 13–19 с развернутым ответом, в числе которых 5 заданий повышенного уровня и 2 задания высокого уровня сложности, предназначены

для более точной дифференциации абитуриентов вузов. При выполнении заданий с развернутым ответом части 2 экзаменационной работы в бланке ответов № 2 должны быть записаны полное обоснованное решение и ответ для каждой задачи.

3.Распределение заданий диагностической работы по содержанию и по уровню сложности

	Проверяемые требования	**Уровень сложности задания**	**Максимальный балл за выполнение задания**
1	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности повседневной жизни	**Б**	**1**
2	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности повседневной жизни	**Б**	**1**
3	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	**Б**	**1**
4	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	**Б**	**1**
5	Уметь решать уравнения и неравенства	**Б**	**1**
6	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	**Б**	**1**
7	Уметь выполнять действия с функциями	**Б**	**1**
8	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	**Б**	**1**
9	Уметь выполнять вычисления и преобразования	**Б**	**1**
10	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	**Б**	**1**
11	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	**Б**	**1**
12	Уметь выполнять действия с функциями	**Б**	**1**
13	Уметь решать уравнения и неравенства	**П**	**2**
14	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	**П**	**2**
15	Уметь решать уравнения и неравенства	**П**	**2**
16	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами	**П**	**3**

	и векторами		
17	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	**П**	**3**
18	Уметь решать уравнения и неравенства	**В**	**4**
19	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	**В**	**4**

4. Время выполнения работы

На выполнение работы отводится 235 минут.

5.Система оценивания отдельных заданий и работы в целом.

Задание считается выполненным верно, если экзаменуемый дал правильный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Решения заданий с развернутым ответом оцениваются от 0 до 4 баллов. Полное правильное решение каждого из заданий 13–15 оценивается 2 баллами; каждого из заданий 16 и 17 – 3 баллами; каждого из заданий 18 и 19 – 4 баллами.

Проверка выполнения заданий 13–19 проводится на основе разработанной системы критериев оценивания.

На основе баллов, выставленных за выполнение всех заданий, подсчитывается первичный балл, который переводится в отметку по пятибалльной шкале, и определяется уровень достижения планируемых результатов:

Первичный балл	15-32	11-14	8-10	0-7
Уровень	высокий	повышенный	базовый	низкий
Отметка	5	4	3	2

6. Проверяемые результаты обучения

Задания части 1 проверяют следующий учебный материал.

1. Математика, 5–6 классы.
2. Алгебра, 7–9 классы.
3. Алгебра и начала анализа, 10–11 классы.
4. Теория вероятностей и статистика, 7–9 классы.
5. Геометрия, 7–11 классы.

Задания части 2 проверяют следующий учебный материал.

1. Алгебра, 7–9 классы.
2. Алгебра и начала анализа, 10–11 классы.
3. Геометрия, 7–11 классы.

В таблице 2 приведено распределение

№ задания	Предметные	Метапредметные
1	Алгебра	1)Установление причинно-следственных связей. 2) Применение полученных знаний на

		практике.
2	Свойства функций	1)Установление причинно-следственных связей. 2) Применение полученных знаний на практике.
3	Решение уравнений и неравенств	1)Установление причинно-следственных связей. 2) Применение полученных знаний на практике.
4	Начала математического анализа	1)Установление причинно-следственных связей. 2) Применение полученных знаний на практике.
5	Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей	1)Установление причинно-следственных связей. 2) Применение полученных знаний на практике.
6	Геометрия	1)Установление причинно-следственных связей. 2) Применение полученных знаний на практике.

Вариант № 3

1. На автозаправке клиент отдал кассиру 1000 рублей и залил в бак 22 литра бензина по цене 33 руб. 20 коп.за литр. Сколько рублей сдачи он должен получить у кассира?

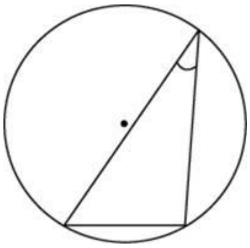
2. На рисунке жирными точками показана среднесуточная температура воздуха в Бресте каждый день с 6 по 19 июля 1981 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали - температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней за указанный период температура была ровно 21 °С.

3. Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты (1;6), (9;6), (10;9).

4. На конференцию приехали 5 ученых из Испании, 4 из Дании и 7 из Голландии. Каждый из них делает на конференции один доклад. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что двенадцатым окажется доклад ученого из Дании.

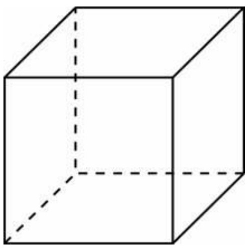
5. Найдите корень уравнения: $-\frac{2}{9}x = 1\frac{1}{9}$.

6. Найдите хорду, на которую опирается угол 30°, вписанный в окружность радиуса 28.



7. На рисунке изображен график *y=f'(x)* — производной функции *f(x)*, определенной на интервале (−8; 3). Найдите промежутки возрастания функции *f(x)*. В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.

8. Объем куба равен 8. Найдите площадь его поверхности.



9.Найдите значение выражения $(\log_3 81)\cdot(\log_6 216)$.

10. Для нагревательного элемента некоторого прибора экспериментально была получена зависимость температуры (в кельвинах) от времени работы: $T(t) = T_0 + bt + at^2$, где *t* — время в минутах, $T_0 = 1280$ К, $a = -10$ К/мин^2, $b = 120$ К/мин. Известно, что при температуре нагревателя свыше 1600 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Определите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ выразите в минутах.

11. Первая труба пропускает на 4 литра воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объемом 96 литров она заполняет на 4 минуты быстрее, чем первая труба?

12. Найдите наибольшее значение функции $y = (x-9)e^{10-x}$ на отрезке $[-11; 11]$.

13. а) Решите уравнение $\sin 8\pi x + 1 = \cos 4\pi x + \sqrt{2}\cos\left(4\pi x - \frac{\pi}{4}\right)$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[2-\sqrt{7};\ \sqrt{7}-2\right]$.

14. Дана правильная четырехугольная пирамида $SABCD$. Боковое ребро $SA = 2\sqrt{5}$, сторона основания равна 4. Найдите расстояние от точки B до плоскости ADM, где M — середина ребра SC.

15. Решите неравенство $\left(2x-1-\dfrac{10}{x}\right)\left(\dfrac{9}{x+2}-4+\left(\sqrt{-3+2x}\right)^2\right)\geq 0.$

16. Расстояние между параллельными прямыми равно 12. На одной из них лежит вершина *C*, на другой — основание *AB* равнобедренного треугольника *ABC*. Известно, что *AB* = 10. Найдите расстояние между центрами окружностей, одна из которых вписана в треугольник *ABC*, а вторая касается данных параллельных прямых и боковой стороны треугольника *ABC*.

17. В двух шахтах добывают алюминий и никель. В первой шахте имеется 20 рабочих, каждый из которых готов трудиться 5 часов в день. При этом один рабочий за час добывает 1 кг алюминия или 2 кг никеля. Во второй шахте имеется 100 рабочих, каждый из которых готов трудиться 5 часов в день. При этом один рабочий за час добывает 2 кг алюминия или 1 кг никеля.

Обе шахты поставляют добытый металл на завод, где для нужд промышленности производится сплав алюминия и никеля, в котором на 2 кг алюминия приходится 1 кг никеля. При этом шахты договариваются между собой вести добычу металлов так, чтобы завод мог произвести наибольшее количество сплава. Сколько килограммов сплава при таких условиях ежедневно сможет произвести завод?

18. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x)=2ax+|x^2-8x+7|$ больше 1.

19. На доске написано число 8. Раз в минуту Вася дописывает на доску одно число: либо вдвое большее какого-то из чисел на доске, либо равное сумме каких-то двух чисел, написанных на доске (таким образом, через одну минуту на доске появится второе число, через две — третье и т. д.).

а) Может ли в какой-то момент на доске оказаться число 2012?

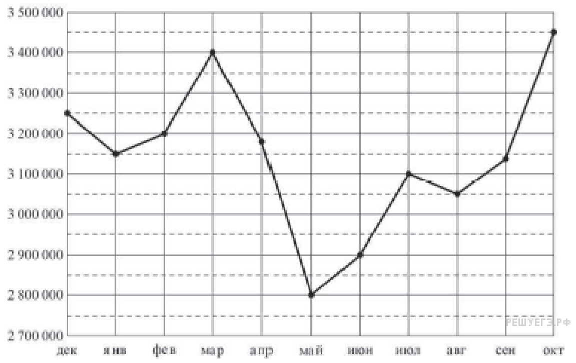
б) Может ли в какой-то момент сумма всех чисел на доске равняться 72?

в) Через какое наименьшее время на доске может появиться число 832?

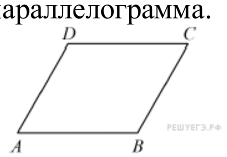
Вариант №4

1. Теплоход рассчитан на 600 пассажиров и 20 членов команды. Каждая спасательная шлюпка может вместить 50 человек. Какое наименьшее число шлюпок должно быть на теплоходе, чтобы в случае необходимости в них можно было разместить всех пассажиров и всех членов команды?

2. На рисунке точками показана аудитория поискового сайта Ya.ru во все месяцы с декабря 2008 по октябрь 2009 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали − количество посетителей сайта хотя бы раз в данном месяце. Для наглядности точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей аудиторией сайта Ya.ru в указанный период.



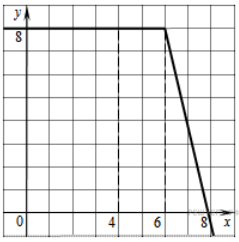
3. Периметр параллелограмма равен 70. Меньшая сторона равна 16. Найдите большую сторону параллелограмма.



4. Конкурс исполнителей проводится в 3 дня. Всего заявлено 60 выступлений — по одному от каждой страны, участвующей в конкурсе. Исполнитель из России участвует в конкурсе. В первый день 18 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?

5. Найдите решение уравнения: $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-8}=2^{x}.$

6. Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 155. Точка E — середина стороны CD. Найдите площадь треугольника ADE.

7. 

На рисунке изображён график некоторой функции $y=f(x)$ (два луча с общей начальной точкой). Пользуясь рисунком, вычислите $F(8)-F(4)$, где $F(x)$ — одна из первообразных функции $f(x)$.

8. В правильной треугольной пирамиде *SABC* точка *R* — середина ребра *BC*, *S* — вершина. Известно, что *AB* = 7, а площадь боковой поверхности равна 168. Найдите длину отрезка *SR*.

9.Найдите значение выражения $21^{0,7}\cdot 7^{0,3}:3^{-0,3}$.

10. Очень легкий заряженный металлический шарик зарядом $q=8\cdot 10^{-6}$ Кл скатывается по гладкой наклонной плоскости. В момент, когда его скорость составляет $v=3$ м/с, на него начинает действовать постоянное магнитное поле, вектор индукции B которого лежит в той же плоскости и составляет угол α с направлением движения шарика. Значение индукции поля $B=5\cdot 10^{-3}$ Тл. При этом на шарик действует сила Лоренца, равная $F_{л}=qvB\sin\alpha$ (Н) и направленная вверх перпендикулярно плоскости. При каком наименьшем значении угла $\alpha\in[0^{\circ};180^{\circ}]$ шарик оторвется от поверхности, если для этого нужно, чтобы сила $F_{л}$ была не менее чем $6\cdot 10^{-8}$ Н? Ответ дайте в градусах.

11. Из пункта *A* в пункт *B* одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь. Второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого на 13 км/ч, а вторую половину пути – со скоростью 78 км/ч, в результате чего прибыл в пункт В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля, если известно, что она больше 48 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

12. Найдите наибольшее значение функции $y=59x-56\sin x+42$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2};\ 0\right]$.

13. а) Решите уравнение $\sqrt{2}\sin^{2}\left(\frac{\pi}{2}+x\right)=-\cos x$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2};\ -\pi\right]$.

14. В правильной шестиугольной пирамиде *SABCDEF* стороны основания которой равны 1, а боковые ребра равны 2, найдите угол между прямыми *SB* и *CD*.

15. Решите неравенство $\lg^{2}\frac{(x+2)^{2}(x+5)}{5}<\lg^{2}\frac{x+5}{20}.$

16. На продолжении стороны *AC* за вершину *A* треугольника *ABC* отмечена точка *D* так, что *AD* = *AB*. Прямая, проходящая через точку *A*, параллельно *BD*, пересекает сторону *BC* в точке *M*.

а) Докажите, что *AM* — биссектриса треугольника *ABC*.

б) Найти S_{AMBD}, если *AC* = 30, *BC* = 18 и *AB* = 24.

17. Садовод привез на рынок 91 кг яблок, которые после транспортировки разделил на три сорта. Яблоки первого сорта он продавал по 40 руб., второго сорта – по 30 руб., третьего сорта – по 20 руб. за килограмм. Выручка от продажи всех яблок составила 2170 руб. Известно, что масса яблок 2-го сорта меньше массы яблок 3-го сорта на столько же процентов, на сколько процентов масса яблок 1-го сорта меньше массы яблок 2-го сорта. Сколько килограммов яблок второго сорта продал садовод?

18. Найдите все значения a , при каждом из которых наименьшее значение функции $f(x) = 4ax + |x^2 - 10x + 21|$ больше, чем $-42.$

19. Перед каждым из чисел 5, 6, . . ., 10 и 12, 13, . . ., 16 произвольным образом ставят знак плюс или минус, после чего к каждому из образовавшихся чисел первого набора прибавляют каждое из образовавшихся чисел второго набора, а затем все 30 полученных результатов складывают. Какую наименьшую по модулю и какую наибольшую сумму можно получить в итоге?

	3	4
1	269,6	13
2	4	650000
3	12	19
4	0,25	0,35
5	-5	4
6	28	38,75
7	-19	24
8	24	16
9	12	21
10	4	30
11	12	52
12	1	42

	13	14	15	16	17	18	19
3	$\pm\frac{1}{12}+\frac{n}{2};\ \frac{1}{8}+\frac{k}{2}n, k \in Z$ $\pm\frac{5}{12};\pm\frac{1}{12};\pm\frac{7}{12};-$	2	$[\frac{3}{2};+\infty)$	$\frac{\sqrt{793}}{3};\frac{4\sqrt{13}}{3}$	1050кг	$\left(\frac{1}{2};4+\sqrt{6}\right)$	а) нет, б) да, в) 8 минут
4	а) $\frac{\pi}{2}+\pi k;\pm\frac{3\pi}{4}+2\pi k; k \in Z$ б) $-\frac{5\pi}{4};-\frac{5\pi}{2};-\frac{3\pi}{2}$	60°	(-5;-2,5)∪(-1,5;0)	268,8	21кг	$\frac{5-3\sqrt{7}}{2}<a<\frac{5+3\sqrt{7}}{2}$	1 и 645